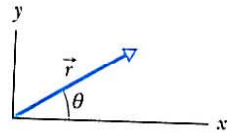


بخش ۳-۴ مؤلفه‌های بردار

۱۰- SSM اگر جهت بردار \vec{a} برابر با 250° پادساعتگرد نسبت به جهت مثبت محور x ، و بزرگی آن $7/3\text{ m}$ باشد، (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار \vec{a} در صفحه xy چقدر است؟

۲۰- بردار جابه‌جایی \vec{r} در صفحه xy به طول 15 m و مطابق شکل ۳-۲۹ در جهت $\theta = 30^\circ$ قرار دارد. مطلوب است (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y این بردار.



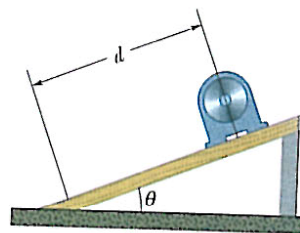
شکل ۳-۲۶ مسئله ۲

۳۰- SSM مؤلفه x بردار \vec{A} برابر $-25/0\text{ m}$ و مؤلفه y آن $+40/0\text{ m}$ است. (الف) بزرگی بردار \vec{A} چقدر است؟ (ب) زاویه میان جهت \vec{A} و جهت مثبت محور x چقدر است؟

۴۰- این زاویه‌ها را برحسب رادیان بنویسید: (الف) $20/0^\circ$ ، (ب) $50/0^\circ$ ، (پ) $100/0^\circ$. این زاویه‌ها را به درجه تبدیل کنید: (ت) $0/3^\circ$ ، (ث) $2/10^\circ$ ، (ج) $7/70^\circ$ rad.

۵۰- یک کشتی در جهت شمال عازم نقطه‌ای به فاصله 120 km است. باد غیر منتظره‌ای می‌وزد و کشتی را 100 km از نقطه شروع حرکتش به طرف شرق می‌برد. کشتی اینک (الف) چقدر و (ب) در چه جهتی باید حرکت کند تا به مقصد اولیه‌اش برسد؟

۶۰- همان‌طور که در شکل ۳-۲۷ نشان داده شده است، قطعه سنگین وسیله‌ای با لغزاندن در مسافت $d = 12/5\text{ m}$ در امتداد سطحی که با افق زاویه $\theta = 20/0^\circ$ دارد بالا برده می‌شود. (الف) این وسیله تا چه ارتفاعی از محل اولیه بالا برده می‌شود؟ (ب) به طور افقی چقدر فاصله گرفته است؟



شکل ۳-۲۷ مسئله ۶

۷۰۰- WWW SSM ابعاد اتاقی $3/0\text{ m} \times 4/3\text{ m} \times 3/0\text{ m}$ (بلندی) است.

مگسی از یک گوشه اتاق شروع به پرواز می‌کند و به سمت گوشه مقابل در راستای قطر حرکت می‌کند. (الف) بزرگی جابه‌جایی آن چقدر است؟ (ب) آیا طول مسیر آن از این مسافت می‌تواند (پ) کمتر یا (ت) بیشتر شود؟ (ث) مساوی چطور؟ (ج) دستگاه مختصات مناسبی انتخاب و مؤلفه‌های بردار جابه‌جایی را در آن دستگاه پیدا کنید. (چ) اگر این مگس به جای پرواز راه

برود، طول کوتاه‌ترین راه چقدر است؟ (ر) راهنمایی: این را می‌توان بدون استفاده از محاسبه‌های ریاضی پاسخ گفت. اتاق مثل یک جعبه است. تای دیواره‌های آن را باز کنید تا بر یک صفحه تخت قرار گیرند.

۸۰- شخصی به این صورت پیاده روی می‌کند: $3/1\text{ km}$ رو به شمال، سپس $2/4\text{ km}$ رو به غرب و بالاخره $5/2\text{ km}$ رو به جنوب. (الف) یک نمودار برداری رسم کنید که این حرکت را نمایش دهد. (ب) یک پرنده چقدر مسافت و (پ) در چه جهتی باید از همان نقطه شروع و در راستای یک خط راست پرواز کند تا به همان نقطه پایانی برسد؟

۹۰- SSM دو بردار به صورت

$$\vec{a} = (4/0\text{ m})\hat{i} - (3/0\text{ m})\hat{j} + (1/0\text{ m})\hat{k}$$

$$\vec{b} = (-1/0\text{ m})\hat{i} + (1/0\text{ m})\hat{j} + (4/0\text{ m})\hat{k}$$

داده شده‌اند. مطلوب است (الف) $\vec{a} + \vec{b}$ ، (ب) $\vec{a} - \vec{b}$ ، و (پ) بردار سوم \vec{c} به گونه‌ای که $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ باشد.

۱۰۰- مطلوب است مؤلفه‌های (الف) x ، (ب) y ، و (پ) z بردار \vec{r} که جمع برداری دو بردار جابه‌جایی \vec{c} و \vec{d} است و مؤلفه‌هایشان برحسب متر در سه راستای عمود برهم عبارت‌اند از $c_x = 7/4$ ، $c_y = 3/3$ ، $c_z = -6/1$ ، $d_x = 4/4$ ، $d_y = -2/0$ ، و $d_z = 3/8$.

بخش ۳-۶ جمع برداری با استفاده از مؤلفه‌ها

۱۱۰- SSM اگر $\vec{a} = (4/0\text{ m})\hat{i} + (3/0\text{ m})\hat{j}$ و $\vec{b} = (-13/0\text{ m})\hat{i} + (7/0\text{ m})\hat{j}$ باشد، (الف) جمع برداری $\vec{a} + \vec{b}$ برحسب بردارهای یک‌چه می‌شود؟ (ب) بزرگی و (پ) جهت $\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آورید؟

۱۲۰- اتومبیلی 50 km رو به شرق و سپس 30 km رو به شمال و سرانجام 25 km در جهت 30° شرق شمال حرکت می‌کند. یک نمودار برداری رسم کنید و (الف) بزرگی و (ب) زاویه جابه‌جایی کل اتومبیل از نقطه شروع حرکتش را تعیین کنید.

۱۳۰- شخصی می‌خواهد به نقطه‌ای که $3/40\text{ km}$ از مکان فعلی‌اش فاصله دارد و در جهت $35/0^\circ$ شمال شرق قرار دارد برود. ولی او باید در امتداد خیابان‌هایی حرکت کند که یا شمالی جنوبی‌اند یا شرقی غربی. کمترین فاصله‌ای که او می‌تواند برای رسیدن به مقصد طی کند، چقدر است؟

۱۴۰- قرار است شما چهار حرکت راست خط روی سطح تخت زمین انجام دهید. این حرکت از مبدا یک دستگاه مختصات xy شروع می‌شود و در مختصات $(4/0\text{ m}, 3/0\text{ m})$ به پایان می‌رسد. مؤلفه‌های x و y حرکت‌های شما برحسب متر چنین هستند: $(20/0, 60/0)$ ، سپس $(b_x, -70/0)$ ، و بعد $(-20/0, c_y)$ ، و سرانجام $(-60/0, 70/0)$. مؤلفه‌های (الف) b_x و (ب) c_y چه هستند؟ (پ) بزرگی و (ت) زاویه (نسبت به جهت مثبت محور x) جابه‌جایی

شد، او دریافت که در واقع $7/8 \text{ km}$ در جهت 50° شمال شرق رفته است. او برای آنکه به اردوگاه مبدا خود برسد (الف) چه مقدار و (ب) در چه جهتی باید حرکت کند؟

۲۱۰- GO مورچه‌ای که از گرمای خورشید بعد از ظهر تگزاس کلافه شده است با سرعت شروع به حرکت بر یک صفحه xy می‌کند که محورهای آن روی خاک بیابان کشیده شده‌اند. مؤلفه‌های x و y چهار جابه‌جایی متوالی مورچه برحسب cm به این صورت‌اند: $(30/0, 40/0)$ ، $(b_x, -70/0)$ ، $(-20/0, c_y)$ و $(-80/0, -70/0)$. مؤلفه‌های xy جابه‌جایی کل چهار حرکت و $(-40, -20/0)$ است. (الف) b_x و (ب) c_y را تعیین کنید. (پ) بزرگی و (ت) زاویه (نسبت به سوی مثبت محور x) جابه‌جایی کل چقدر است؟

۲۲۰- (الف) جمع برداری چهار بردار

$$\vec{E}: 6/00 \text{ m در جهت } 5/900 \text{ rad} \quad \vec{F}: -5/00 \text{ m در جهت } 75/0^\circ$$

$$\vec{G}: 4/00 \text{ m در جهت } 1/20 \text{ rad} \quad \vec{H}: 6/00 \text{ m در جهت } 210^\circ$$

برحسب بردارهای یکه چیست؟ (ب) بزرگی، (پ) زاویه برحسب درجه، و (ت) زاویه برحسب رادیان بردار مجموع را محاسبه کنید.

۲۳۰۰- هرگاه بردار \vec{B} با بردار $\vec{C} = 3/0\hat{i} + 4/0\hat{j}$ جمع شود، بردار حاصل در جهت مثبت محور y قرار دارد که بزرگی آن برابر بزرگی \vec{C} است. بزرگی \vec{B} چقدر است؟

۲۴۰۰- بردار \vec{A} که در امتداد محور x است با بردار \vec{B} که بزرگی آن $7/0 \text{ m}$ است جمع شده است. جمع آنها بردار سومی است که در امتداد محور y قرار دارد و بزرگی آن $3/0$ برابر \vec{A} است. بزرگی \vec{A} چقدر است؟

۲۵۰۰- GO آبادی B به فاصله 25 km در شرق آبادی A قرار دارد. شتری از آبادی A راه می‌افتد و نخست 24 km در جهت 15° جنوب شرق و سپس $8/0 \text{ km}$ روبه شمال می‌رود. سرانجام، شتر در چه فاصله‌ای از آبادی B قرار دارد؟

۲۶۰۰- جمع چهار بردار زیر را برحسب (الف) بردارهای یکه، و برحسب (ب) بزرگی و (پ) جهت به دست آورید.

$$\vec{A} = (2/00 \text{ m})\hat{i} + (3/00)\hat{j} \quad \vec{B}: 4/00 \text{ m در جهت } 65/0^\circ$$

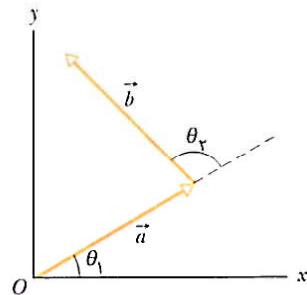
$$\vec{C} = (-4/00 \text{ m})\hat{i} - (6/00 \text{ m})\hat{j} \quad \vec{D}: 5/00 \text{ m در جهت } 235^\circ$$

۲۷۰۰- GO اگر $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3$ ، $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$ ، و $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ باشد، آنگاه (الف) \vec{d}_1 و (ب) \vec{d}_2 برحسب بردارهای یکه چه می‌شوند؟

۲۸۰۰- دو سوسک از نقطه یکسانی حرکت خود را بر شنزار تختی آغاز می‌کنند. سوسک اول، $5/0 \text{ m}$ رو به شرق می‌رود و سپس در

کل چقدر است؟

۱۵۰- SSM ILW WWW دو بردار \vec{a} و \vec{b} در شکل ۳-۲۸ بزرگی یکسانی برابر $10/0 \text{ m}$ دارند و زاویه‌های آنها $\theta_1 = 30^\circ$ و $\theta_2 = 105^\circ$ است. مطلوب است (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار مجموع \vec{r} ، (پ) بزرگی \vec{r} و (ت) زاویه‌ای که \vec{r} با سوی مثبت محور x می‌سازد.



شکل ۳-۲۸ مسئله ۱۵

۱۶۰- این بردارها را در نظر بگیرید: $\vec{a} = (3/0 \text{ m})\hat{i} + (4/0 \text{ m})\hat{j}$ و $\vec{b} = (5/0 \text{ m})\hat{i} + (2/0 \text{ m})\hat{j}$ (الف) برحسب بردارهای یکه $\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آورید (ب) بزرگی و (پ) زاویه آن را (نسبت به \hat{i}) محاسبه کنید. (ت) حال $\vec{b} - \vec{a}$ را برحسب بردارهای یکه به دست آورید، (ث) بزرگی و (ج) زاویه آن را محاسبه کنید.

۱۷۰- ILW GO سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} هر یک با بزرگی $5/0 \text{ m}$ در صفحه xy قرار دارند و با جهت مثبت محور x به ترتیب زاویه‌های 30° ، 195° و 315° می‌سازند. (الف) بزرگی و (ب) زاویه بردار $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ چقدر است؟ (پ) بزرگی و (ت) زاویه $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ چقدر است؟ (ث) بزرگی و (ج) زاویه بردار چهارم \vec{d} را تعیین کنید به گونه‌ای که $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} - \vec{d}) = 0$ باشد.

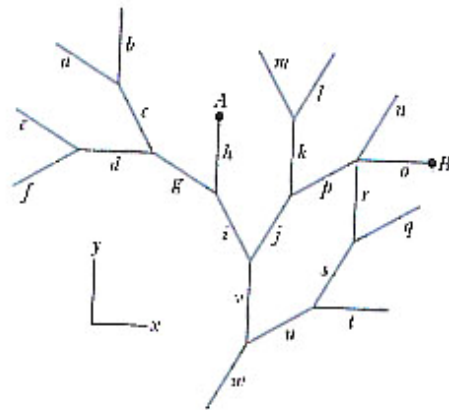
۱۸۰- در جمع برداری $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ ، بردار \vec{A} به بزرگی $12/0 \text{ m}$ در جهت $40/0^\circ$ پادساعتگرد از محور $+x$ و بردار \vec{C} به بزرگی $15/0 \text{ m}$ در جهت $20/0^\circ$ پادساعتگرد از محور $-y$ قرار دارد. (الف) بزرگی و (ب) زاویه (نسبت به سوی مثبت محور x) بردار \vec{B} چقدر است؟

۱۹۰- در نوعی بازی شطرنج که مهره‌ها بین مرکز مربعهایی که ضلع هر یک از آنها $1/00 \text{ m}$ است حرکت داده می‌شوند، وزیر به روش زیر حرکت داده شده است: (۱) دو مربع رو به جلو، یک مربع به سمت راست؛ (۲) دو مربع به سمت چپ، یک مربع رو به جلو؛ (۳) دو مربع رو به جلو، یک مربع رو به سمت چپ، (الف) بزرگی و (ب) زاویه (نسبت به «جلو») جابه‌جایی کل وزیر در مجموع این سه حرکت چیست؟

۲۰۰۰- سیاحی که در حال بازگشت به اردوگاه مبدا خود بود، در بوران شدیدی گیر می‌افتد. شدت ریزش برف به حدی بود که سطح زمین از آسمان قابل تمیز نبود. او می‌پنداشت $5/6 \text{ km}$ رو به شمال رفته است، ولی همین که ریزش برف قطع

جهت 30° شمال شرقی، 0.18 m را می‌پیماید. سوسک دوم نیز دو مسیر را طی می‌کند: مسیر اول حرکت آن $1/6 \text{ m}$ در جهت 40° شرقی شمال است. در صورتی که سوسک دوم در مکان جدید سوسک اول به حرکتش پایان دهد (الف) بزرگی و (ب) جهت دومین مسیر چیست؟

۲۹۰۰-۲۹۰۱ مورچه‌های نوعی محوطه حیاط اغلب شبکه‌ای از مسیرهای شیمیایی را جهت راهنمایی، ایجاد می‌کنند. آنها به طور مکرر از لانه به طرف خارج شاخه‌هایی از رد خود را با زاویه 60° بین شاخه‌ها به وجود می‌آورند. اگر مورچه دیگری در این مسیر قرار گیرد می‌تواند بفهمد که هر یک از این شاخه‌ها او را به لانه می‌رساند. اگر او در حال دور شدن از لانه باشد در انتخاب دارد یکی اینکه یا با زاویه 30° به سمت چپ برود و دیگر اینکه با زاویه 30° به سمت راست حرکت کند. اگر مورچه به سمت لانه در حرکت باشد فقط یک انتخاب دارد. شکل ۲۹-۳ یک مسیر نوعی مورچه را نشان می‌دهد که طول قسمتهای خط مستقیم برابر $2/5 \text{ cm}$ و زاویه‌ها برابر 60° اند. اگر مورچه از نقطه A وارد مسیر شود (روی شکل آن را بباید). (الف) بزرگی و (ب) زاویه (نسبت به جهت مثبت محور x مشخص شده) جابه‌جایی مورچه از لانه چقدر است. اگر مورچه از نقطه B وارد مسیر شود (پ) بزرگی و (ت) زاویه چقدر است؟



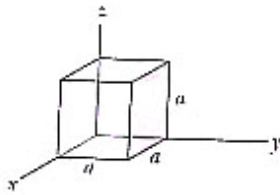
شکل ۲۹-۳ مسئله ۲۹

۳۰۰۰-۳۰۰۱ دو بردار زیر داده شده‌اند:

$\vec{a} = (4/5 \text{ m})\hat{i} - (3/5 \text{ m})\hat{j}$ و $\vec{b} = (6/5 \text{ m})\hat{i} + (8/5 \text{ m})\hat{j}$
 بزرگی و (ب) جهت (نسبت به \hat{i}) بردار \vec{a} چیست؟ (پ) بزرگی و (ت) جهت بردار \vec{b} چیست؟ (ث) بزرگی و (ج) جهت $\vec{a} + \vec{b}$ چیست؟ (چ) بزرگی و (ح) جهت $\vec{a} - \vec{b}$ چیست؟ (خ) زاویه بین دو بردار $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{b} - \vec{a}$ را به دست آورید؟

۳۱۰۰۰-۳۱۰۰۱ (الف) شکل ۳۰-۳، مکعبی به ضلع a را نشان می‌دهد که یکی از گوشه‌های آن در مبدأ دستگاه مختصات xyz قرار دارد. قطر حجمی، خط مستقیمی است از یک گوشه به گوشه دیگر، که از مرکز می‌گذرد. برحسب نمادگذاری بردارهای یک، قطر حجمی‌ای که از گوشه‌ای به مختصات (الف) $(0,0,0)$

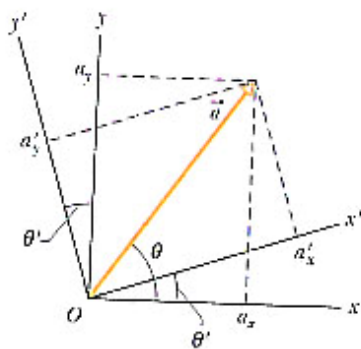
(ب) $(a,0,0)$ ، (پ) $(0,a,0)$ ، و (ث) $(0,0,a)$ امتداد می‌یابد چیست؟ (ت) زاویه‌هایی را که این قطرها با ضلعهای مجاورشان می‌سازند، تعیین کنید. (ج) طول قطرهای حجمی را برحسب a به دست آورید.



شکل ۳۰-۳ مسئله ۳۱

بخش ۷-۳ بردارها و قانونهای فیزیک

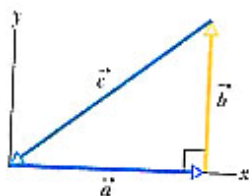
۳۲۰-۳۲۰۱ در شکل ۳۱-۳ بردار \vec{a} به بزرگی $17/5 \text{ m}$ در جهت $\theta = 56/5^\circ$ پادساعتگرد از جهت مثبت محور x قرار دارد. مؤلفه‌های (الف) a_x و (ب) a_y این بردار را تعیین کنید. دستگاه مختصات دیگری نسبت به دستگاه پیشین در زاویه $\theta' = 18/5^\circ$ قرار دارد. مؤلفه‌های (پ) a'_x و (ت) a'_y در این دستگاه مختصات پریم‌دار چقدر است؟



شکل ۳۱-۳ مسئله ۳۲

بخش ۸-۳ ضرب کردن بردارها

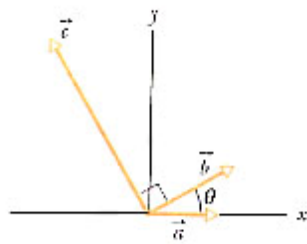
۳۳۰-۳۳۰۱ برای بردارهای شکل ۳۲-۳، $a=4$ ، $b=3$ و $c=5$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت $\vec{a} \times \vec{b}$ را به دست آورید. (پ) بزرگی و (ت) جهت $\vec{a} \times \vec{c}$ را تعیین کنید. (محور z در شکل نشان داده نشده است).



شکل ۳۲-۳ مسئله‌های ۳۳ و ۳۴

۳۴۰-۳۴۰۱ دو بردار $\vec{a} = 3\hat{i} + 5\hat{j}$ و $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ داده شده‌اند.

بردار \vec{c} را تعیین کنید. (ج) عدد p و (ح) عدد q را به گونه‌ای پیدا کنید که $\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}$ باشد.

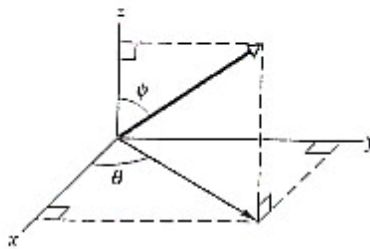


شکل ۳-۳۳ مسئله ۴۳

۴۴۰۰- در رابطه $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ فرض کنید $q = 2$ و $\vec{B}_x = B_y$ اگر $\vec{v} = 2/5\hat{i} - 4/5\hat{j} + 6/5\hat{k}$ و $\vec{F} = 4/5\hat{i} - 2/5\hat{j} + 2\hat{k}$ باشد، آنگاه بردار \vec{B} برحسب بردارهای یکه چه می‌شود؟

مسئله‌های اضافی

۴۵- بردارهای \vec{A} و \vec{B} در صفحه xy قرار دارند. بزرگی بردار \vec{A} برابر با $8/50$ و زاویه آن 135° است؛ مؤلفه‌های بردار \vec{B} عبارت‌اند از: $B_x = -7/72$ و $B_y = -9/20$. (الف) $5\vec{A} \cdot \vec{B}$ چیست؟ (ب) $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ را برحسب (ب) نمادگذاری بردارهای یکه و (پ) نمادگذاری بزرگی - زاویه در مختصات کروی به دست آورید (شکل ۳-۳۴ را ببینید). (ت) زاویه بین بردارهای \vec{A} و $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ چیست؟ (راهنمایی: پیش از هر محاسبه مجدداً کمی فکر کنید). (ث) $\vec{A} + 3/50\hat{k}$ برحسب (ت) نمادگذاری بردارهای یکه و (ج) نمادگذاری بزرگی - زاویه در مختصات کروی، چیست؟



شکل ۳-۳۴ مسئله ۴۵

۴۶- بزرگی بردار \vec{a} برابر $5/50\text{ m}$ و جهت آن رو به شرق است. بزرگی بردار \vec{b} برابر $4/50\text{ m}$ و در جهت 35° غرب شمال است. (الف) بزرگی و (ب) جهت $\vec{a} + \vec{b}$ چیست؟ (پ) بزرگی و (ت) جهت $\vec{b} - \vec{a}$ چیست؟ (ث) یک نمودار برداری برای هر ترکیب رسم کنید.

۴۷- بردارهای \vec{A} و \vec{B} در صفحه xy قرار دارند. بزرگی بردار \vec{A} برابر با $8/50$ و زاویه آن 135° است؛ مؤلفه‌های بردار \vec{B} عبارت‌اند از: $B_x = -7/72$ و $B_y = -9/20$. (الف) جهت \vec{A} ، (ب) جهت حاصلضرب $\vec{A} \times \vec{B}$ منفی محور z ، و (پ) جهت $\vec{A} \times (\vec{B} + 3/50\hat{k})$ را به دست آورید.

مطلوب است (الف) $\vec{a} \times \vec{b}$ ، (ب) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ، (پ) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ ، و (ت) مؤلفه a در راستای \vec{b} . (راهنمایی: برای حل قسمت (ت) معادله ۳-۲۰ و شکل ۳-۲۰ را در نظر بگیرید).

۳۵۰- دو بردار \vec{F} و \vec{S} در صفحه xy قرار دارند. بزرگی آنها به ترتیب $4/50$ و $7/30$ یکا و جهت آنها آن از سوی مثبت محور x به ترتیب 320° و $85/50^\circ$ پادساعتگرد است. (الف) $\vec{F} \cdot \vec{S}$ و (ب) $\vec{F} \times \vec{S}$ را به دست آورید.

۳۶۰- در صورتی که $\vec{d}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ و $\vec{d}_2 = -5\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ باشد، $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot (\vec{d}_1 \times \vec{d}_2)$ چیست؟

۳۷۰- سه بردار $\vec{a} = 3/50\hat{i} + 3/50\hat{j} - 2/50\hat{k}$ ، $\vec{b} = -1/50\hat{i} - 4/50\hat{j} + 2/50\hat{k}$ ، $\vec{c} = 2/50\hat{i} + 2/50\hat{j} + 1/50\hat{k}$ (الف) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ ، (ب) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ ، و (پ) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$ را محاسبه کنید.

۳۸۰۰- برای سه بردار زیر $\vec{A} = 2/50\hat{i} + 3/50\hat{j} + 4/50\hat{k}$

$$\vec{B} = -3/50\hat{i} + 4/50\hat{j} + 2/50\hat{k}$$

$$\vec{C} = 7/50\hat{i} - 8/50\hat{j}$$

$3\vec{C} \cdot (2\vec{A} \times \vec{B})$ را محاسبه کنید.

۳۹۰۰- بزرگی بردارهای \vec{A} ، \vec{B} به ترتیب $6/50$ و $7/50$ یکا، و مقدار $\vec{A} \cdot \vec{B}$ برابر $14/50$ است. زاویه بین بردارهای \vec{A} و \vec{B} چقدر است؟

۴۰۰۰- جابه‌جایی \vec{d}_1 که در صفحه yz واقع است و با جهت مثبت محور z زاویه 63° می‌سازد؛ دارای مؤلفه z مثبت و بزرگی $4/50\text{ m}$ است. جابه‌جایی \vec{d}_2 که در صفحه xz واقع است و با جهت مثبت محور x زاویه $35/50^\circ$ می‌سازد، دارای مؤلفه z مثبت و بزرگی $1/40\text{ m}$ است. (الف) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ ، (ب) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ و (پ) زاویه بین \vec{d}_1 و \vec{d}_2 را محاسبه کنید.

۴۱۰۰- www.ssm-ilw.com با استفاده از تعریف ضرب نرده‌ای $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ و اینکه $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$ است، زاویه میان بردارهای $\vec{a} = 3/50\hat{i} + 3/50\hat{j} + 3/50\hat{k}$ و $\vec{b} = 2/50\hat{i} + 1/50\hat{j} + 3/50\hat{k}$ را تعیین کنید.

۴۲۰۰- در یک نمایش پانتومیم، بازیگر ۱ جابه‌جایی $\vec{d}_1 = (4/50\text{ m})\hat{i} + (5/50\text{ m})\hat{j}$ و بازیگر ۲ جابه‌جایی $\vec{d}_2 = (-3/50\text{ m})\hat{i} + (4/50\text{ m})\hat{j}$ را انجام می‌دهد. (الف) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ ، (ب) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ ، (پ) $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot \vec{d}_2$ و (ت) مؤلفه \vec{d}_1 در راستای \vec{d}_2 . (راهنمایی: برای حل قسمت (ت) معادله ۳-۲۰ و شکل ۳-۲۰ را ببینید).

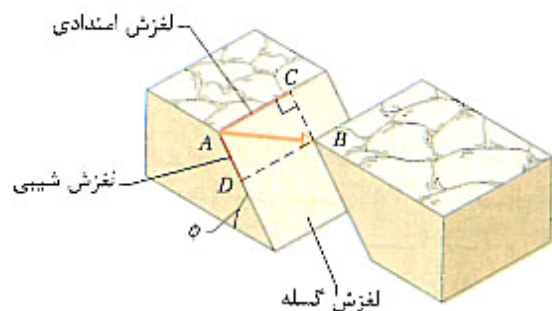
۴۳۰۰- www.ssm-ilw.com بزرگی سه بردار نشان داده شده در شکل ۳-۳۳، $a = 3/50\text{ m}$ ، $b = 4/50\text{ m}$ ، $c = 10/50\text{ m}$ ، و زاویه $\theta = 30^\circ$ است. (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار \vec{a} ، (پ) مؤلفه x و (ت) مؤلفه y بردار \vec{b} ، (ث) مؤلفه x و (ج) مؤلفه y بردار \vec{c} را محاسبه کنید.

۴۸- مؤلفه‌های بردارهای \vec{a} و \vec{b} ، برحسب متر، عبارت‌اند از $a_x = 3/2$ ، $a_y = 1/6$ ، $b_x = 5/5$ ، $b_y = 4/5$ (الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را تعیین کنید. فرض کنید دو بردار \vec{c} و \vec{d} که بزرگی هر دو $5/0\text{m}$ است در صفحه xy بر \vec{a} عمودند. مؤلفه x بردار \vec{c} مثبت و مؤلفه x بردار \vec{d} ، منفی است. مطلوب است (ب) مؤلفه x و (پ) مؤلفه y بردار \vec{c} ، و (ت) مؤلفه x و (ث) مؤلفه y بردار \vec{d} .

۴۹- SSM یک قایق بادبانی از سمت آمریکایی دریایچه‌ای به سوی نقطه‌ای در سمت کانادایی آن که در فاصله 90km شمال سمت آمریکایی واقع است، روانه می‌شود. ولی، قایق به 50km شرق نقطه آغاز حرکتش می‌رسد. برای آنکه قایق به مقصد اولیه‌اش بازگردد، قایقران باید (الف) چه مسافتی را و (ب) در چه جهتی بپیماید؟

۵۰- بردار \vec{d}_1 در جهت منفی محور y ، و بردار \vec{d}_2 در جهت مثبت محور x است. جهت‌های (الف) $\vec{d}_1/4$ و (ب) $\vec{d}_1/(-4)$ چیست؟ بزرگی حاصلضربهای (پ) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ و (ث) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_1/4)$ چقدر است؟ جهت بردار برآیند با (ث) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ و (ج) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ چیست؟ بزرگی ضرب برداری در (چ) قسمت (ت) و (ح) قسمت (ج) چقدر است؟ (خ) بزرگی و (د) جهت $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_1/4)$ چیست؟

۵۱- گسله‌های یک صخره در راستایی که وجوه مقابل صخره نسبت به یکدیگر می‌لغزند، از هم گسخته می‌شوند. در شکل ۳-۳۵، نقطه‌های A و B پیش از آنکه صخره از طرف جلو به سوی راست بلغزد، بر هم منطبق‌اند. جابه‌جایی خالص \vec{AB} در راستای سطح گسله است. لغزش امتدادی AC ، مؤلفه افقی \vec{AB} است. مؤلفه \vec{AB} که رو به پایین سطح گسله دارد، لغزش شیبی AD است. (الف) اگر لغزش امتدادی $22/0\text{m}$ و لغزش شیبی $17/0\text{m}$ باشد، جابه‌جایی خالص \vec{AB} چقدر است؟ (ب) اگر شیب سطح گسله با افق زاویه $\phi = 52/0^\circ$ بسازد، مؤلفه قائم \vec{AB} چقدر است؟



شکل ۳-۳۵ مسئله ۵۱

۵۲- سه جابه‌جایی، برحسب متر، به این فرارند: $\vec{d}_1 = -1/5\hat{i} + 2/5\hat{j} + 3/5\hat{k}$ ، $\vec{d}_2 = 4/5\hat{i} + 5/5\hat{j} - 6/5\hat{k}$ ، $\vec{d}_3 = 4/5\hat{i} + 3/5\hat{j} + 2/5\hat{k}$ (الف) $\vec{r} = \vec{d}_1 - \vec{d}_2 + \vec{d}_3$ چیست؟

(ب) زاویه بین \vec{r} و جهت مثبت محور z چقدر است؟ (پ) مؤلفه \vec{d}_1 در امتداد راستای \vec{d}_2 چیست؟ (ت) مؤلفه \vec{d}_1 عمود بر راستای \vec{d}_2 و واقع بر صفحه \vec{d}_1 و \vec{d}_2 چیست؟ (راهنمایی: برای حل قسمت (پ) معادله $20-3$ و شکل $20-3$ و برای حل قسمت (ت) معادله $27-3$ را در نظر بگیرید.)

۵۳- SSM بزرگی بردار \vec{a} برابر 10 یکا و بزرگی بردار \vec{b} برابر $6/0$ یکاست و با یکدیگر زاویه 60° می‌سازند. مطلوب است (الف) ضرب نرده‌ای دو بردار و (ب) بزرگی ضرب برداری $\vec{a} \times \vec{b}$.

۵۴- برای بردارهای شکل ۳-۳۴، $a = 4$ ، $b = 3$ و $c = 5$ است. (الف) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ، (ب) $\vec{a} \cdot \vec{c}$ و (پ) $\vec{b} \cdot \vec{c}$ را محاسبه کنید.

۵۵- ذره‌ای در یک صفحه به ترتیب زیر سه جابه‌جایی متوالی می‌یابد: نخست \vec{d}_1 ، $4/00\text{m}$ به طرف جنوب غرب؛ سپس \vec{d}_2 ، $5/00\text{m}$ به طرف شرق؛ و سرانجام \vec{d}_3 ، $6/00\text{m}$ در جهت $60/0^\circ$ شمال شرق. با انتخاب دستگاه مختصاتی که محور y آن به طرف شمال و محور x آن به طرف شرق است، (الف) مؤلفه x و (ب) مؤلفه y بردار \vec{d}_1 ، (ث) مؤلفه x و (ج) مؤلفه y بردار \vec{d}_2 چیست؟ (چ) مؤلفه x و (خ) بزرگی و (د) جهت جابه‌جایی خالص ذره چیست؟ اگر قرار باشد ذره به طور مستقیم به نقطه شروع بازگردد (ذ) چه مسافتی را و (ر) در چه جهتی باید طی کند؟

۵۶- جمع برداری چهار بردار زیر را برحسب (الف) بردارهای یکه، و برحسب (ب) بزرگی و (پ) جهت نسبت به سوی مثبت محور x به دست آورید.

$$\begin{aligned} \vec{P} &: 10/0\text{m} \text{ در } 25/0^\circ \text{ پادساعتگرد از محور } +x \\ \vec{Q} &: 12/0\text{m} \text{ در } 10/0^\circ \text{ پادساعتگرد از محور } +y \\ \vec{R} &: 8/00\text{m} \text{ در } 20/0^\circ \text{ پادساعتگرد از محور } -y \\ \vec{S} &: 9/00\text{m} \text{ در } 40/0^\circ \text{ پادساعتگرد از محور } -y \end{aligned}$$

۵۷- SSM اگر بردار \vec{B} با بردار \vec{A} جمع شود، برآیند آنها $7/5\hat{i} + 6/5\hat{j}$ است. اگر \vec{B} از \vec{A} کم شود، برآیند $7/5\hat{j} - 4/5\hat{i}$ است. بزرگی \vec{A} چقدر است؟

۵۸- بردار \vec{d} دارای بزرگی $2/5\text{m}$ و به طرف شمال است. (الف) بزرگی و (ب) جهت \vec{d} چیست؟ (پ) بزرگی و (ت) \vec{d} چیست؟

۵۹- بردار \vec{A} به بزرگی $12/0\text{m}$ و در زاویه $60/0^\circ$ پادساعتگرد از سوی مثبت محور x در دستگاه مختصات xy قرار دارد. همچنین بردار $\vec{B} = (12/0\text{m})\hat{i} + (8/00\text{m})\hat{j}$ در همان دستگاه واقع است. حال این دستگاه را پادساعتگرد حول مبدأ به اندازه $20/0^\circ$ می‌چرخانیم و به دستگاه $x'y'$ می‌رسیم. در این دستگاه جدید بردارهای \vec{A} و \vec{B} برحسب بردارهای یکه چه می‌شوند؟

۶۰- اگر $\vec{a} + \vec{b} = 4\vec{c}$ و $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{c}$ باشد، (الف) $\vec{c} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ و (ب) \vec{b} چقدر است؟

۶۱- اگر $\vec{a} = 5/5\vec{i} + 4/5\vec{j} - 6/5\vec{k}$ ، $\vec{b} = -2/5\vec{i} + 2/5\vec{j} + 3/5\vec{k}$ و $\vec{c} = 4/5\vec{i} + 3/5\vec{j} - 2/5\vec{k}$ باشد، (الف) $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ بر حسب بردارهای یکه چیست؟ (ب) زاویه بین \vec{r} و جهت مثبت محور z را محاسبه کنید. (پ) مؤلفه \vec{a} در راستای \vec{b} چیست؟ (ت) مؤلفه \vec{a} عمود بر راستای \vec{b} ولی واقع بر صفحه \vec{b} و \vec{a} چیست؟ (راهنمایی: برای حل قسمت (پ) معادله ۲۰-۳ و شکل ۲۰-۳ را ببینید؛ برای حل قسمت (ت) معادله ۲۷-۳ را ببینید.)

۶۲- گلف بازی با سه ضربه توپ را به داخل حفره می‌اندازد. اولین ضربه توپ را $3/66\text{ m}$ رو به شمال، دومین ضربه $1/83\text{ m}$ رو به جنوب شرق، و سومین ضربه $0/91\text{ m}$ رو به جنوب غرب، می‌برد. برای آنکه توپ در همان ضربه اول به داخل حفره بیفتد (الف) بزرگی و (ب) جهت جابه‌جایی مورد نیاز باید چقدر باشد؟

۶۳- سه بردار به متر داده شده‌اند:

$$\vec{d}_1 = -3/5\vec{i} + 3/5\vec{j} + 2/5\vec{k}$$

$$\vec{d}_2 = -2/5\vec{i} - 4/5\vec{j} + 2/5\vec{k}$$

$$\vec{d}_3 = 2/5\vec{i} + 3/5\vec{j} + 1/5\vec{k}$$

مطلوب است (الف) $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot \vec{d}_3$ ، (ب) $(\vec{d}_1 \times \vec{d}_2) \cdot \vec{d}_3$ و (پ) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$.

۶۴- دو جابه‌جایی را یکی به بزرگی 3 m و دیگری به بزرگی 4 m در نظر بگیرید. نشان دهید که چگونه می‌توان این دو بردار را با هم ترکیب کرد تا بزرگی جابه‌جایی برآیند (الف) 7 m ، (ب) 1 m و (ت) 5 m شود.

۶۵- معترضی با یک تابلوی اعتراض راهپیمایی خود را از مبدا یک دستگاه مختصات xyz با صفحه افقی xy آغاز می‌کند. او نخست 40 m در جهت منفی محور z ، سپس 20 m در امتداد مسیری که عمود بر سمت چپ او است و سرانجام 25 m رو به بالا روی یک برج، حرکت می‌کند. (الف) جابه‌جایی او از شروع تا پایان، بر حسب بردارهای یکه چیست؟ (ب) سرانجام، معترض تابلو را به پایین برج می‌اندازد. بزرگی جابه‌جایی تابلو از شروع تا این نقطه پایان جدید چیست؟