

فرمول‌های ریاضی

≤ کوچکتر است از یا مساوی است با

± به اضافه یا منها

∝ متناسب است با

Σ مجموع

\bar{x} مقدار میانگین x

اتحادهای مثلثاتی

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

قضیه دوجمله‌ای

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots \quad (x^2 < 1)$$

بسط نمایی

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

بسط لگاریتمی

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots \quad (|x| < 1)$$

هندسه

در دایره به شعاع r : پیرامون $2\pi r$; مساحت πr^2

در کره به شعاع r : مساحت $4\pi r^2$; حجم $(4/3)\pi r^3$; در

استوانه قائمی به شعاع r و ارتفاع h :

$$\text{مساحت} = 2\pi r^2 + 2\pi r h; \text{حجم} = \pi r^2 h$$

در مثلثی به قاعده‌ی a و ارتفاع h : مساحت $(1/2)ah$

فرمول معادله‌ی درجه‌ی دو

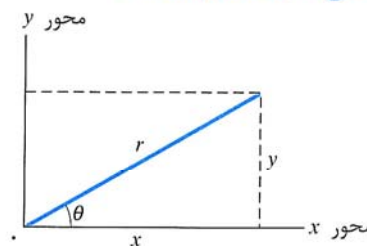
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{اگر } ax^2 + bx + c = 0, \text{ آنگاه}$$

تابع‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}, \cot \theta = \frac{x}{y}$$

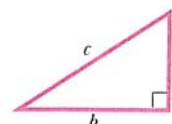
$$\sec \theta = \frac{r}{x}, \csc \theta = \frac{r}{y}$$



قضیه فیثاغورس

در مثلث قائم الزاویه

$$a^2 + b^2 = c^2$$



مثلث‌ها

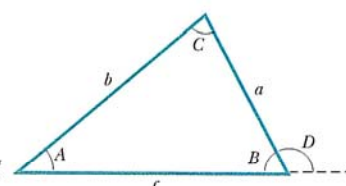
A, B, C و زاویه a و b و c ضلع‌های مقابل به آنها هستند،

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$D = A + C \quad (\text{زاویه خارجی})$$



علامت‌ها و نمادهای ریاضی

= مساوی است

≈ تقریباً مساوی است

~ مرتبه‌ی بزرگی

≠ مساوی نیست با

≡ متحد است با، تعریف می‌شود به صورت

> بزرگتر است از (>> خیلی بزرگتر است از)

< کوچکتر است از (<< خیلی کوچکتر است از)

≥ بزرگتر است از یا مساوی است با

بسط‌های مثلثاتی (θ بر حسب رادیان)

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots$$

$$\tan \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots$$

قاعده‌ی کرامر

جواب دو معادله با مجهول‌های x و y

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{و} \quad a_2x + b_2y = c_2$$

به این صورت است

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

و

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

ضرب بردارها

\hat{i} و \hat{j} و \hat{k} را بردارهای یک‌که در راستای x ، y و z در نظر بگیرید. داریم

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \quad \text{و} \quad \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \quad \text{و} \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad \text{و} \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

بردارهای مانند \vec{a} با مؤلفه‌های a_x ، a_y و a_z در راستای محور x ، y و z را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

\vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} را بردارهای اختیاری به بزرگی‌های a ، b و c در نظر بگیرید، داریم

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{c})$$

$$(s\vec{a}) \times \vec{b} + \vec{a} \times (s\vec{b}) = s(\vec{a} \times \vec{b}) \quad (s = \text{نرده‌ای})$$

اگر θ کوچکترین زاویه‌ی بین \vec{a} و \vec{b} باشد، داریم

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab \cos \theta$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= (a_y b_z - b_y a_z) \hat{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \hat{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \hat{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \theta$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$$

مشتق‌ها و انتگرال‌ها

در رابطه‌های زیر، u و v تابع‌هایی از x هستند و a و m ثابت‌اند. برای هر یک از انتگرال‌های نامعین باید یک ثابت اختیاری انتگرالگیری افزوده شود.

Handbook of Chemistry and Physics (CRC Press Inc)

جدول‌های خیلی گسترده‌ای را ارائه می‌دهد.

$$\frac{dx}{dx} = 1 \quad -1$$

$$\frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx} \quad -2$$

$$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} \quad -3$$

$$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1} \quad -4$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \quad -5$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \quad -6$$

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x \quad -7$$

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x \quad -8$$

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x \quad -9$$

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x \quad -10$$

$$\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x \quad -11$$

$$\frac{d}{dx} \sec x = \tan x \sec x \quad -12$$

$$\frac{d}{dx} \csc x = -\cot x \csc x \quad -13$$

$$\frac{d}{dx}e^u = e^u \frac{du}{dx} \quad -14$$

$$\frac{d}{dx} \sin u = \cos u \frac{du}{dx} \quad -15$$

$$\frac{d}{dx} \cos u = -\sin u \frac{du}{dx} \quad -16$$

$$\int dx = x \quad -1$$

$$\int a u dx = a \int u dx \quad -2$$

$$\int (u+v) dx = \int u dx + \int v dx \quad -3$$

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1) \quad -۴$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| \quad -۵$$

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx \quad -۶$$

$$\int e^x dx = e^x \quad -۷$$

$$\int \sin x dx = -\cos x \quad -۸$$

$$\int \cos x dx = \sin x \quad -۹$$

$$\int \tan x dx = \ln |\sec x| \quad -۱۰$$

$$\int \sin^r x dx = \frac{1}{r} x - \frac{1}{r} \sin^r x \quad -۱۱$$

$$\int e^{-ax} dx = -\frac{1}{a} e^{-ax} \quad -۱۲$$

$$\int x e^{-ax} dx = -\frac{1}{a^2} (ax+1) e^{-ax} \quad -۱۳$$

$$\int x^r e^{-ax} dx = -\frac{1}{a^{r+1}} (a^r x^r + r a x + r) e^{-ax} \quad -۱۴$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \quad -۱۵$$

$$\int_0^\infty x^{rn} e^{-ax^r} dx = \frac{1 \times r \times \Delta \times \dots \times (rn-1)}{r^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad -۱۶$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^r + a^r}} = \ln(x + \sqrt{x^r + a^r}) \quad -۱۷$$

$$\int \frac{x dx}{(x^r + a^r)^{r/r}} = -\frac{1}{(x^r + a^r)^{1/r}} \quad -۱۸$$

$$\int \frac{dx}{(x^r + a^r)^{r/r}} = \frac{x}{a^r (x^r + a^r)^{1/r}} \quad -۱۹$$

$$\int_0^\infty x^{rn+1} e^{-ax^r} dx = \frac{n!}{r a^{n+1}} \quad (a > 0) \quad -۲۰$$

$$\int \frac{x dx}{x+d} = x - d \ln(x+d) \quad -۲۱$$