

## آزمایش ۱۱: آونگ پیچشی (اختیاری)

هدف: پیدا کردن ثابت فنر پیچشی و تعیین لختی دورانی.

در این آزمایش از یک فنر پیچشی برای محاسبه‌ی لختی دورانی یک جسم صلب استفاده می‌کنیم. در یک فنر معمولی میزان تغییر طول متناسب با نیروی وارد شده به فنر می‌باشد و با قانون هوک توصیف می‌شود. در یک فنر پیچشی که نمونه‌ی آنرا در ساعت‌های کوکی می‌توان یافت، تغییرات زاویه یا به عبارتی میزان پیچش فنر متناسب با گشتاور نیروی وارد بر آن می‌باشد. قانون هوک در مورد یک فنر پیچشی به صورت زیر است:

$$\tau = -D\theta \quad (1)$$

که در آن  $\tau$  گشتاور نیروی بازگرداننده،  $\theta$  زاویه‌ی دوران و  $D$  ثابت فنر پیچشی است. همچنین مبدأ زاویه در مکانی در نظر گرفته می‌شود که هیچ گشتاوری به فنر اعمال نمی‌شود. در بررسی حرکت اجسام تحت تأثیر نیروهای وارد بر آنها، همواره نمی‌توان فرض کرد که تمامی نیروها به یک نقطه‌ی جسم وارد می‌شوند. هنگامی که نقطه اثر نیرو اهمیت پیدا می‌کند، گشتاور نیرو به ما کمک می‌کند که حرکت جسم را بررسی کنیم. طبق تعریف، گشتاور نیرو برابر است با:

$$\tau = r \times F \quad (2)$$

قانون دوم نیوتون در حالت حرکت دورانی به صورت زیر است:

$$\tau = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (3)$$

که در آن  $I$  برابر است با لختی دورانی که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I = \int r^2 dm \quad (4)$$

لختی دورانی که ممان اینرسی یا گشتاور ماند نیز نامیده می‌شود، کمیتی اسکالر است و واحد آن در سیستم  $SI$ ،  $kg.m^2$  است. بنابراین مقدار لختی دورانی یک جسم صلب، به جرم آن و نحوه‌ی توزیع جرم نسبت به محور دوران (شکل هندسی) بستگی دارد و طبق رابطه‌ی فوق می‌توان لختی دورانی را محاسبه کرد. اگر محور یک

جسم صلب معلوم باشد، لختی دورانی آن حول این محور نیز منحصر به فرد و ثابت است. برای مثال لختی دورانی چند جسم منظم به صورت زیر است:

برای جسم نقطه‌ای به جرم  $M$  که به فاصله  $R$  از محور دوران قرار دارد.

$$I = MR^2$$

برای یک میله به جرم  $M$  و به طول  $L$  که حول محور عمود منصف آن دوران می‌کند.

$$I = \frac{1}{12}ML^2$$

برای کره‌ی توپری به جرم  $M$  و به شعاع  $R$  که حول محور گذرنده از یکی از قطرهای آن دوران می‌کند.

$$I = \frac{2}{5}MR^2$$

برای دیسکی به جرم  $M$  و به شعاع  $R$  که حول محور عبوری از مرکز که عمود بر سطح آن می‌باشد، دوران

می‌کند.

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

برای استوانه‌ای توپر به جرم  $M$  و به شعاع  $R$  که حول محور آن دوران می‌کند.

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

از روابط (۱) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت:

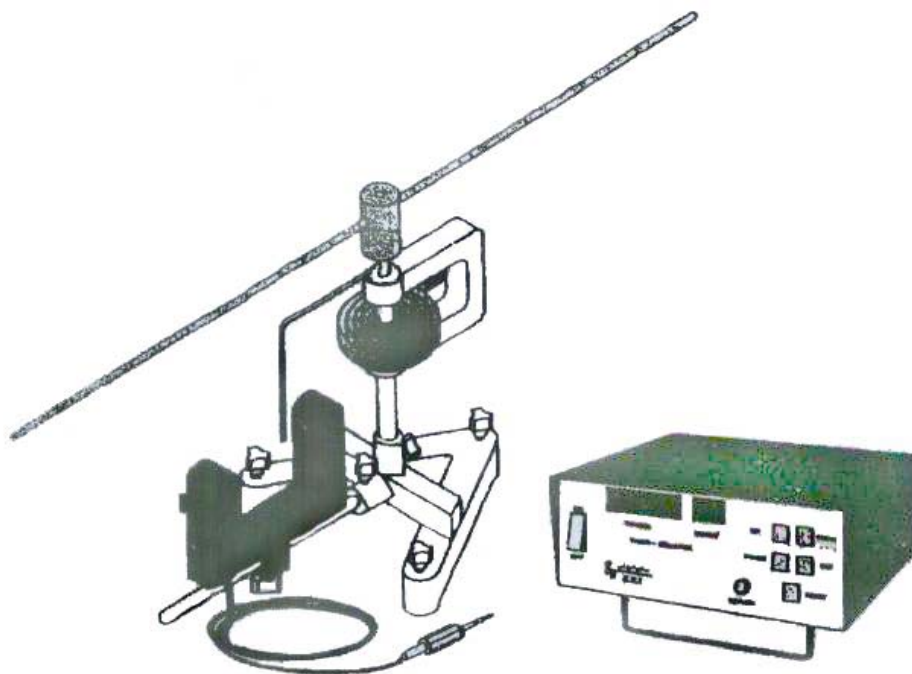
$$-D\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{D}{I}\theta = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{D}{I} \quad (5)$$

در این صورت دوره‌ی تناوب حرکت نوسانی آونگ پیچشی به صورت زیر خواهد بود:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (6)$$

پس با اندازه‌گیری دوره‌ی نوسانات فنر می‌توان مقدار لختی دورانی یک جسم را مشخص کرد. در این آزمایش از یک فنر پیچشی که به صورت افقی روی پایه قرار گرفته و قابلیت نصب اجسام مختلفی بر روی آن وجود دارد، استفاده می‌کنیم. ابتدا یک میله‌ی بلند را بر روی فنر نصب می‌کنیم و با اعمال نیروهای مختلف در یک فاصله‌ی مشخص از محور دوران (متناظر با گشتاور نیروهای مختلف اعمال شده به فنر) و با استفاده از روابط (۱) و (۲) مقدار ثابت فنر پیچشی را محاسبه می‌کنیم. پس از یافتن مقدار ثابت فنر از این دستگاه برای محاسبه لختی

دورانی اجسام مختلف با ایجاد یک حرکت نوسانی و اندازه‌گیری زمان تناوب حرکت استفاده می‌کنیم. اگر جسم متصل به فنر را نیم دور منحرف کرده و رها کنیم، جسم شروع به نوسان می‌کند.



روش انجام آزمایش:

- ۱- میله را از وسط روی دستگاه سوار کنید.
- ۲- میله را به اندازه‌ی زاویه‌ی مشخصی بچرخانید و به نقطه‌ی مشخصی از آن (مثلاً فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متر از مرکز میله) نیروسنج را متصل کنید و آن را در راستای عمود بر میله و به صورت افقی نگه دارید.
- ۳- نیروی نگه دارنده‌ی میله و همچنین فاصله‌ی محل اثر نیروسنج تا مرکز میله را به ازای آن زاویه اندازه‌گیری کنید.
- ۴- این کار را برای زوایای  $\pi$  و  $\frac{\pi}{2}$  انجام دهید و با استفاده از روابط (۱) و (۲) مقدار ثابت فنر پیچشی را در هر حالت تعیین کرده و میانگین آنها را به عنوان ثابت فنر پیچشی در نظر بگیرید. توجه کنید که زوایا را برحسب رادیان در رابطه قرار دهید.

$\theta$	$r(m)$	$F(N)$	$D$	$\bar{D}$
میزان چرخش فنر	بازوی گشتاور	نیرو	ثابت فنر پیچشی	
$\pi$	0.2			
$\pi / 2$	0.2			

۵- با استفاده از سنسور و دستگاه شمارنده زمان ۴ نوسان آونگ پیچشی را به ازای حالت‌هایی که میله، کره، و یا دیسک بر روی دستگاه قرار داده می‌شود، اندازه‌گیری کنید. توجه کنید که در هر حالت ۳ بار زمان را اندازه‌گیری کرده و میانگین آن را به عنوان زمان ۴ نوسان در نظر بگیرید. با تقسیم این زمان بر تعداد نوسانات، دوره‌ی تناوب را به دست آورید.

۶- با توجه به دوره‌ی تناوب فنر پیچشی و مقداری که برای ثابت فنر پیچشی به دست آوردید، طبق رابطه‌ی (۶) لختی دورانی کره و دیسک را به دست آورید.

۷- با اندازه‌گیری جرم و شعاع کره و همچنین جرم و شعاع دیسک طبق روابط لختی دورانی مربوط به هر کدام از آنها که بر اساس رابطه‌ی (۴) به دست آمده است، لختی دورانی را در هر حالت به دست آورید و با مقداری که از طریق آزمایش (طبق رابطه‌ی (۶)) به دست می‌آورید مقایسه کنید.

جسم	$T(s)$ دوره تناوب	$I_{\text{exp}}$	$R(m)$ یا $L(m)$	$M(kg)$	$I_{\text{Theory}}$	$\frac{ I_{\text{Theory}} - I_{\text{exp}} }{I_{\text{Theory}}} \times 100$
دیسک						
کره						

۸- با استفاده از دیسک بزرگ قضیه‌ی محورهای موازی را تحقیق کنید. برای این منظور ابتدا لختی دورانی دیسک حول محور عبوری از مرکز جرم و دو محور دیگر را اندازه‌گیری کنید و سپس با تعیین فاصله‌ی محورها قضیه‌ی محورهای موازی را تحقیق کنید.